

## 數學科單元學習活動設計

課程名稱：畢氏定理

單元名稱：2-3 畢氏定理

授課年級：八年級 12 班

授課日期：107 年 11 月 15 日

實施節數：4 節(演示為第一節)

教學者：蔡佩旻

備課成員：蔡佩旻、何呂升、周君豪、  
陳彥成、黃怡貞、徐澤汶(土中)

### 一、期望的學習結果

#### 課程綱要能力指標(單元學習目標)

- |        |                                     |
|--------|-------------------------------------|
| S-4-05 | 能理解畢氏定理及其逆敘述，並用來解題。                 |
| A-4-15 | 能理解畢氏(勾股)定理，並做應用。                   |
| A-4-10 | 能理解直角坐標系，並能計算坐標平面上兩點間的距離。           |
| 8-s-08 | 能理解畢氏定理(Pythagorean Theorem)及其應用。   |
| 8-s-09 | 能熟練直角坐標上任兩點的距離公式。                   |
| 8-a-05 | 能理解畢氏定理 (Pythagorean Theorem) 及其應用。 |

#### 單元學習的主要概念

#### 單元學習的關鍵問題

<ol style="list-style-type: none"><li>1. 認識直角三角形</li><li>2. 認識畢氏定理</li><li>3. 畢氏定理的生活應用</li><li>4. 兩點距離公式</li><li>5. 空間中兩點距離</li></ol>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 什麼是直角三角形?</li><li>2. 什麼是畢氏定理?</li><li>3. 如何說明畢氏定理?</li><li>4. 生活中畢氏定理的實例有哪些?</li><li>5. 如何計算水平或鉛直上兩點距離?</li><li>6. 如何計算任兩點距離?</li><li>7. 如何計算螞蟻爬行問題、蜜蜂飛行問題?</li></ol>
--	--

#### 學生能知道 (Know)

#### 學生能做到 (Skills)

<ol style="list-style-type: none"><li>1. 能知道直角三角形的意義</li><li>2. 能知道畢氏定理代表意義</li><li>3. 能知道利用實例說明畢氏定理</li><li>4. 能知道生活中的實例</li><li>5. 能知道如何計算水平或鉛直上的兩點距離</li></ol>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 能判斷什麼是直角、鈍角、銳角三角形</li><li>2. 能寫出畢氏定理中三邊長關係</li><li>3. 能用圖形關係推導畢氏定理</li><li>4. 能利用畢氏定理解決生活中問題</li><li>5. 能算出水平或鉛直上兩點距離</li><li>6. 能算出任意兩點距離</li></ol>
---	---

6. 能知道如何計算兩點距離	7. 能解決螞蟻爬行問題、蜜蜂飛行問題
7. 能知道如何計算空間中兩點距離	

## 二、學生與教材的分析

### 學生先備知識

### 學生特性

8-n-03 能理解根式的化簡及四則運算。	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 熟悉 1-20 以內的平方數</li> <li>● 了解方根的意義、運算</li> <li>● 知道直角三角形意義</li> </ul> <p>(1) 部分孩子於上課經常分心、不易專心，須於上課時間指定回答、練習，以讓孩子於課堂進入學習。</p> <p>(2) 課堂中經常需以加分、獎勵機制，讓孩子同步進入課堂活動。</p> <p>(3) 部分孩子作業完成狀況不佳，需花更多時間督促課業問題。</p>
-----------------------	---

### 教材組織分析

<ul style="list-style-type: none"> <li>● 能理解並導出畢氏定理(Pythagorean Theorem)。</li> <li>● 能利用畢氏定理解決生活上相關問題。</li> <li>● 能利用畢氏定理導出直角坐標上任兩點的距離公式。</li> <li>● 能利用畢氏定理解決空間中的應用問題。</li> </ul>
--

## 三、評量的方式與規準

### 評量方式

### 評量規準

<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ 口頭提問</li> <li>◆ 線上測驗</li> <li>◆ 分組討論</li> </ul>	層次一	D-1能認識畢氏定理。
	層次二	C-1. 能利用畢氏定理計算直角三角形的邊長。 C-2. 能利用畢氏定理解決可直接由題目條件求得長度之問題。 C-3. 能計算直角坐標平面上任兩點的距離。
	層次三	B-1能利用畢氏定理，解決無法直接由題目條件求得長度之問題。

	層次四	A-1能分析與畢氏定理相關之問題，提出解題方法並說明支持性的理由。
	(資料取自：國民中學學生學習成就評量標準-試行版)	
實作任務Ⓓ【Tasks】		其他證據Ⓔ【Other Evidence】
<ul style="list-style-type: none"> <li>● 畢氏定理的推導</li> <li>● 畢氏定理練習</li> <li>● 手機設計</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>● 操作、分享</li> <li>● 個人練習、小組PK</li> <li>● 小組討論、分享與展示</li> </ul>

#### 四、各節次學習活動設計的重點

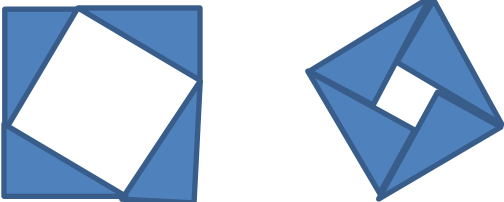

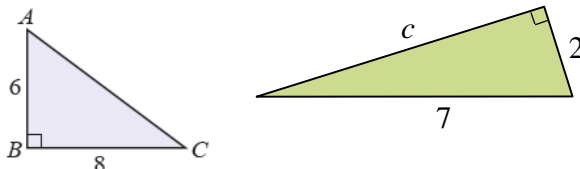
設計理念			
由給定三角形三邊長關係判斷為何種三角形？			
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 能理解並導出畢氏定理(Pythagorean Theorem)。</li> <li>2. 能利用畢氏定理解決生活上相關問題。</li> <li>3. 能利用畢氏定理導出直角坐標上任兩點的距離公式。</li> <li>4. 能利用畢氏定理解決空間中的應用問題。</li> </ol>			
課前準備			
<ul style="list-style-type: none"> <li>● 課程簡報</li> <li>● 學習單</li> <li>● 教具準備:扣條、磁鐵板、色紙...</li> </ul>			
節次	學習重點	學習活動	學習目標
第一節	推導畢氏定理	<b>【暖身活動】</b> ：畢氏定理 <b>【開展一】</b> ：畢氏定理推導 <b>【挑戰】</b> ：畢氏定理延伸	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 認識與理解畢氏定理</li> <li>● 知道如何推導畢氏定理</li> <li>● 能由一直角三角形，給定兩邊長，求出第三邊長</li> <li>● 知道三角形固定兩邊長，第三邊長變化能由給定的三角形三邊長判斷為何種三角形？</li> </ul>
第二節	解決生活上相關問題	<b>【暖身活動】</b> ：生活中的實例 <b>【開展】</b> ：畢氏定理的應用 <b>【挑戰】</b> ：手機設計	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 能舉出生活中畢氏定理的應用的實例</li> <li>● 能利用畢氏定理解決生活中的問題</li> <li>● 能利用畢氏定理創作</li> </ul>

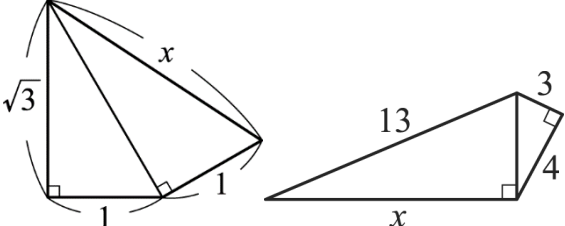
第三節	兩點的距離公式	<p>【暖身活動】：平面上水平、鉛直兩點距離複習</p> <p>【開展】：平面上任兩點距離</p> <p>【挑戰】：直角三角形斜邊上的高</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 能找出水平或鉛直線上任兩點的距離</li> <li>● 能找出任兩點的距離</li> <li>● 能由三角形面積求出斜邊上的高</li> </ul>
第四節	解決空間中的應用問題	<p>【暖身活動】：蜜蜂飛行問題</p> <p>【開展】：螞蟻爬行問題</p> <p>【挑戰】：圓柱體爬行問題</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 能解出蜜蜂飛行問題</li> <li>● 能解出螞蟻爬行問題</li> <li>● 能解出圓柱體爬行問題</li> </ul>

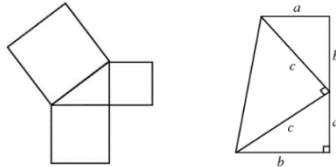
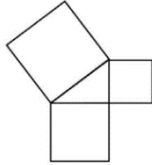
## 五、本節課（第 1 節）學習活動的設計

- 能理解並導出畢氏定理(Pythagorean Theorem)

主要問題與活動	時間	學習指導 注意事項
<b>導入：暖身活動</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>● 課前評量 學習吧測驗</li> </ul> <p>(一) 畢氏定理</p> <p>1. 何謂畢氏定理?</p> <p>(1) 透過教育百科或 Google 查詢名詞意義</p> <p>(2) 學生小組思考要打什麼關鍵字才能查出?(可於小組說明時請學生提問)</p> <div style="border: 1px solid #ccc; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p><b>畢氏定理</b></p> <p>任意一個<b>直角三角形</b>，直角旁的短邊稱為「勾」，長邊稱為「股」，對直角的斜邊稱為「弦」。若斜邊（即弦）長的平方，等於勾長平方與股長平方和，即稱為「畢氏定理」。此定理由希臘數學家畢達哥拉斯提出，也稱為「勾股弦定理」。</p> </div> <p>2. 關鍵字提問</p> <p>(1) 畢氏定理用在何種三角形?</p> <p>(2) 三個邊長的關係為何?</p> <p>(3) 又叫做什麼定理?</p> <p>3. 播放畢氏定理相關影片</p>	<p>5</p> <p>5</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 於課前進行前測，了解學生先備知識與預習狀況。</li> <li>● 教師口頭提問</li> <li>● 學生上網查資料</li> <li>● 利用學習吧課間活動之塗鴉牆將查出結果拍照上傳，並做說明</li> <li>● 學生回答 <ul style="list-style-type: none"> <li>(1) 直角三角形</li> <li>(2) 兩股平方和等於斜邊平方</li> <li>(3) 商高定理、勾股定理、百牛定理、...</li> </ul> </li> </ul>
<b>開展</b>		
(二) 畢氏定理的推導		

主要問題與活動	時間	學習指導 注意事項
<p>(1) 以三角形兩股長為 3、4 為例說明 將四個三角形磁鐵板拼成如下圖兩種情況，分別找出由斜邊構成的正方形面積，進而找到斜邊長</p> <p>法一 <span style="margin-left: 150px;">法二</span></p>  <p>(2) 以三角形兩股長為 a、b 為例說明 將四個三角形磁鐵板拼成如下圖兩種情況，分別找出由斜邊構成的正方形面積，進而找到斜邊長</p> <p>法一 <span style="margin-left: 150px;">法二</span></p>  <p>結論: 當一直角三角形兩股長為 a、b，斜邊長為 c 時，則 <math>c = \sqrt{a^2 + b^2}</math>，亦可寫成 <math>c^2 = a^2 + b^2</math></p>	<p>5</p> <p>10</p> <p>10</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 教師口頭提問</li> <li>● 學生可能回答: 正方形面積 25，邊長為 5 方法一: <math>(3 + 4)^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 3^2 + 4^2</math> <math>c = \sqrt{3^2 + 4^2}</math> 方法二: <math>(4 - 3)^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 4^2 + 3^2</math> <math>c = \sqrt{4^2 + 3^2}</math></li> <li>● 學生可能回答: 方法一: <math>(a + b)^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times a \times b = a^2 + b^2</math> <math>c = \sqrt{a^2 + b^2}</math> 方法二: <math>(a - b)^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times a \times b = a^2 + b^2</math> <math>c = \sqrt{a^2 + b^2}</math></li> </ul>
<p>(3) 畢氏定理練習</p> <p>(a) 一三角形，由給定三邊長，求出第三邊</p> 	<p>10</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 學生個人完成</li> </ul>

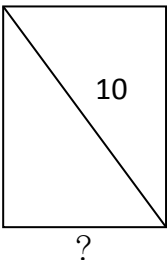
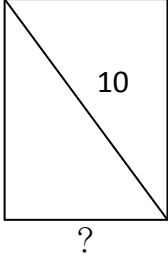
主要問題與活動	時間	學習指導 注意事項
<p>(b)</p>  <p>(c) 直角三角形的三邊長為 <math>x</math>、5、12，求 <math>x</math> 可能的值為何？</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>● 抽組別 PK</li> </ul>
<b>挑戰</b>		
<p>(三) 延伸問題: 三角形判斷</p> <p>問題:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>畢氏定理複習       <ol style="list-style-type: none"> <li>畢氏定理中提到的三角形為何?</li> <li>關係式為何?</li> </ol> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 反之，若一三角形邊長為 <math>a, b, c</math> 有 <math>c^2 = a^2 + b^2</math> 關係，則此三角形為何種三角形?</li> </ul> </li> <li>三角形依角度分可分為哪些?</li> <li>何謂銳角、直角、鈍角三角形?</li> <li>如果將三角形換成鈍角、銳角三角形，猜猜看其三邊關係為何？並說明理由。</li> <li>觀察三角形邊長關係       <ol style="list-style-type: none"> <li>操作活動: 給定兩固定長度扣條，觀察角度張開後第三邊長的變化</li> <li>說明: 已知一三角形三邊長，利用三邊長度的關係，可判斷此為何種三角形。</li> </ol> </li> </ol>	10	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 學生回答       <ol style="list-style-type: none"> <li>直角三角形</li> <li>兩股平方和等於斜邊平方、<math>c^2 = a^2 + b^2</math></li> </ol> </li> <li>● 畢氏逆定理不證明，只跟學生提即可。</li> <li>● 學生回答       <ol style="list-style-type: none"> <li>正三角形、等腰三角形</li> <li>銳角、直角、鈍角三角形</li> </ol> </li> <li>● 學生回答 不相等</li> <li>● 提醒: 因為要確認為何種三角形，故要考慮最大角對的邊長，否則可能會出現矛盾。</li> </ul>

主要問題與活動	時間	學習指導 注意事項
<p>6. 一三角形，知道三邊長，判斷為何種三角形？</p> <p>(1) 三角形三邊長為 5、12、13</p> <p>(2) 三角形三邊長為 5、12、12</p> <p>(3) 三角形三邊長為 5、12、15</p> <p>(四) 畢氏定理其他推導方式 可依學生學習狀況，適時補充其他推導方式 例如：</p>  <p>(五) 課後測驗 Quizlet Live</p>	5	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 學生回答 <ul style="list-style-type: none"> <li>(1) 直角三角形</li> <li>(2) 銳角三角形</li> <li>(3) 鈍角三角形</li> </ul> </li> <li>● 可由邊長關係轉換到面積後，觀察到三個正方形的關係</li> <li>● 學生進入測驗代碼、分組競賽</li> </ul> 

## 五、本節課（第 2 節）學習活動的設計

- 能利用畢氏定理解決生活上相關問題。

主要問題與活動	時間	學習指導 注意事項
<b>導入：暖身活動</b>		
<p>(一) 生活中的例子</p> <p>1. 舉生活中的例子</p> <p>2. 舉例說明</p> <p>(1) 如：電視17吋、手機4.3吋、…，你覺得這些規格如何得到的？</p> <p>(2) 請試著量電視、手機、電腦螢幕、投影螢幕…等物品的尺寸。</p> <p>(a) 若各組都是量對角線，教師可問學生，是否也有其他方法可以得知？</p> <p>(b) 若有組別是利用長寬計算出對角線，可請學生分享</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>● 觀察生活中常見的物品</li> <li>● 學生思考</li> <li>● 學生實際測量</li> <li>● 各組分享如何量出來的，學生可能作法： <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 量對角線</li> <li>2. 量長寬再去計算</li> </ol> </li> </ul>

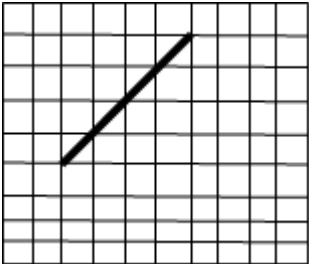
主要問題與活動	時間	學習指導 注意事項
開展		
<p>(二) 畢氏定理應用一</p> <p>1. 電視尺寸 有一臺 40 吋的電視機（電視機的尺寸指的是螢幕面板對角線的長度），其螢幕面板的長、寬比是 4：3，請問此電視螢幕面板的寬為多少？</p> <p>2. 梯子問題 如圖，<u>翰翰</u>把長 2.5 公尺的梯子放在離牆腳 0.7 公尺處。</p> <p>(1) 梯頂離地面多少公尺？ (2) 如果<u>翰翰</u>覺得梯子架得太高了，想要降低 0.4 公尺，則應將梯腳放在離牆腳幾公尺處？</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>● 學生練習</li>   <li>● 學生練習</li> </ul>
挑戰一		
<p>(三) 手機設計活動</p> <p>1. 當一平板電腦為 10 吋時，你覺得其長、寬可能為多少？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 教師可用扣條先操作，讓學生瞭解當對角線固定時，長寬的可能變化</li> <li>● 每一組發一組扣條，讓學生實際操作並討論其可能情形</li> </ul> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div> <p>2. 以組為單位用材料設計一款_____吋的手機，並於下一堂課前展示。</p> <p>3. 問題：計算出各組所設計的手機面積為何？</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>● 個人思考、完成後分享</li>   <li>● 各組討論 發揮設計想像，設計出一款專屬於組內的手機。</li>   <li>● 學生思考並回答問題</li> </ul>



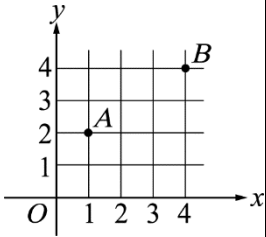
主要問題與活動	時間	學習指導 注意事項
4. 思考:哪一個成本較低?  (四) Quizizz 練習		● 學生進入測驗代碼個人練習

### 五、本節課（第 3 節）學習活動的設計

能利用畢氏定理導出直角坐標上任兩點的距離公式。

主要問題與活動	時間	學習指導 注意事項
導入：暖身活動		
(一) 複習舊經驗 1. 座標平面上水平或鉛直各兩點距離 (1) 學生舉出座標平面上兩點(水平鉛直各一例) (2) 求出兩點距離		● 學生回答
開展		
(二) 兩點距離公式 1. 給一條線段(棉線、扣條)在格子紙上，不能擺水平或垂直去測量，問線段長要如何得到？ (1). 引導學生畫出一直角三角形 (2). 學生利用格子數，將兩股長找出 (3). 利用兩股長計算出斜邊長   2. 在坐標平面找出給定線段長度 (1) 如果將此線段置於坐標平面上，如何知道棉線有多少單位長？ 步驟： (a) 請畫出兩坐標軸 (b) 標定線段兩端點坐標分別為 A (     ,     )、B (     ,     ) (c) 算出兩股長（注意觀察 A、B 兩點坐標所形成的直角三角形關係）		● 學生回答 利用兩股長計算出斜邊長

主要問題與活動	時間	學習指導 注意事項
(d) 利用兩股長計算出斜邊 (算式記錄) (2) 若將坐標改成 $A(a, b)$ 、 $B(c, d)$ ，則 $\overline{AB} = ?$ (以 $A$ 、 $B$ 兩點坐標表示)  3. 練習: (1) 附圖的直角坐標系中， $\overline{AB} = ?$ (2) $A(2, 10)$ 、 $B(-3, -2)$ ， 則 $\overline{AB} = ?$ (3) $E(-3, -4)$ 、 $F(6, 2)$ ，則 $\overline{FE} = ?$		● 學生練習



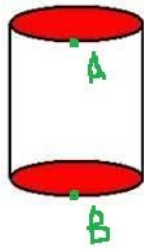
挑戰		
(三) 直角三角形斜邊上的高 在直角坐標平面上有 $A(-4, 3)$ 、 $B(2, 6)$ 、 $C(-4, 6)$ 三點，求 $\triangle ABC$ 斜邊 $\overline{AB}$ 上的高之值為何? ● 可依學生討論、作答狀況，給予適當提示 (1) 找出三邊長 (2) 判斷為何種三角形 (3) 三角形面積求法 (4) 求出三角形面積		● 小組討論

## 五、本節課 (第 4 節) 學習活動的設計

能利用畢氏定理解決空間中的應用問題。

主要問題與活動	時間	學習指導 注意事項
導入：暖身活動		
(一) 蜜蜂飛行問題 懶惰的蜜蜂從立方體頂點飛至另一頂點，有許多種路徑，因為牠很懶惰所以一定要想一個最近的路徑來爬？請各位同學幫忙想想哪條路徑最快？ (1). 畫出你認為的可能的飛行路徑，並標示最短路徑。 (可用不同顏色標註) (2). 若長方體的長、寬、高分別為 $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，請計算出飛行的最短路徑	10	● 學習單
開展		

主要問題與活動	時間	學習指導 注意事項
<p>(二) 螞蟻爬行問題</p> <p>懶惰的螞蟻從立方體頂點飛至另一頂點，有許多種路徑，因為牠很懶惰所以一定要想一個最近的路徑來飛？請各位同學幫忙想想哪條路徑最快？</p> <p>(1). 畫出你認為的爬行路徑。(可用不同顏色標註)</p> <p>(2). 若長方體的長、寬、高分別為 <math>a</math>、<math>b</math>、<math>c</math>，請計算出爬行的最短路徑</p>	25	● 學習單
挑戰		
<p>(三) 圓柱爬行問題</p> <p>一個圓柱體，從 A 點到 B 點最短路徑(至少繞圓柱一圈)。</p>	10	● 學習單



## 六、延伸教材、學習單或課後作業

- 學習單

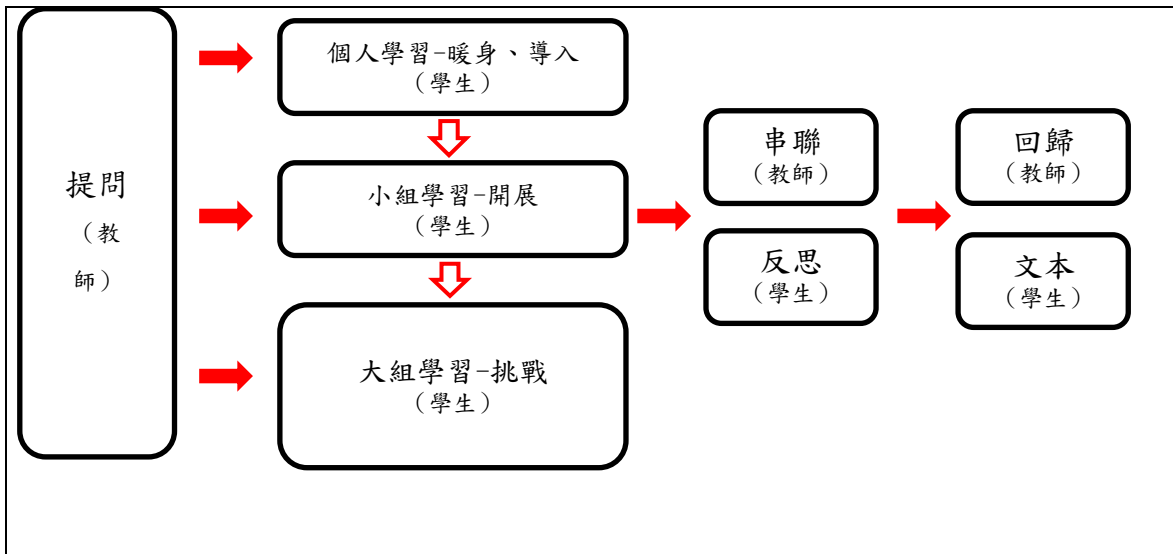
## 七、參考資料

數學新世界-生根計畫-CA 畢氏定理教學

## 八、教學前準備及使用教具

上課簡報:學習吧平台  
 學習單:上課發下，下課收回  
 扣條:操作三角形邊長關係  
 色紙:手機設計可用  
 平板:進行課間活動、線上測驗等活動用

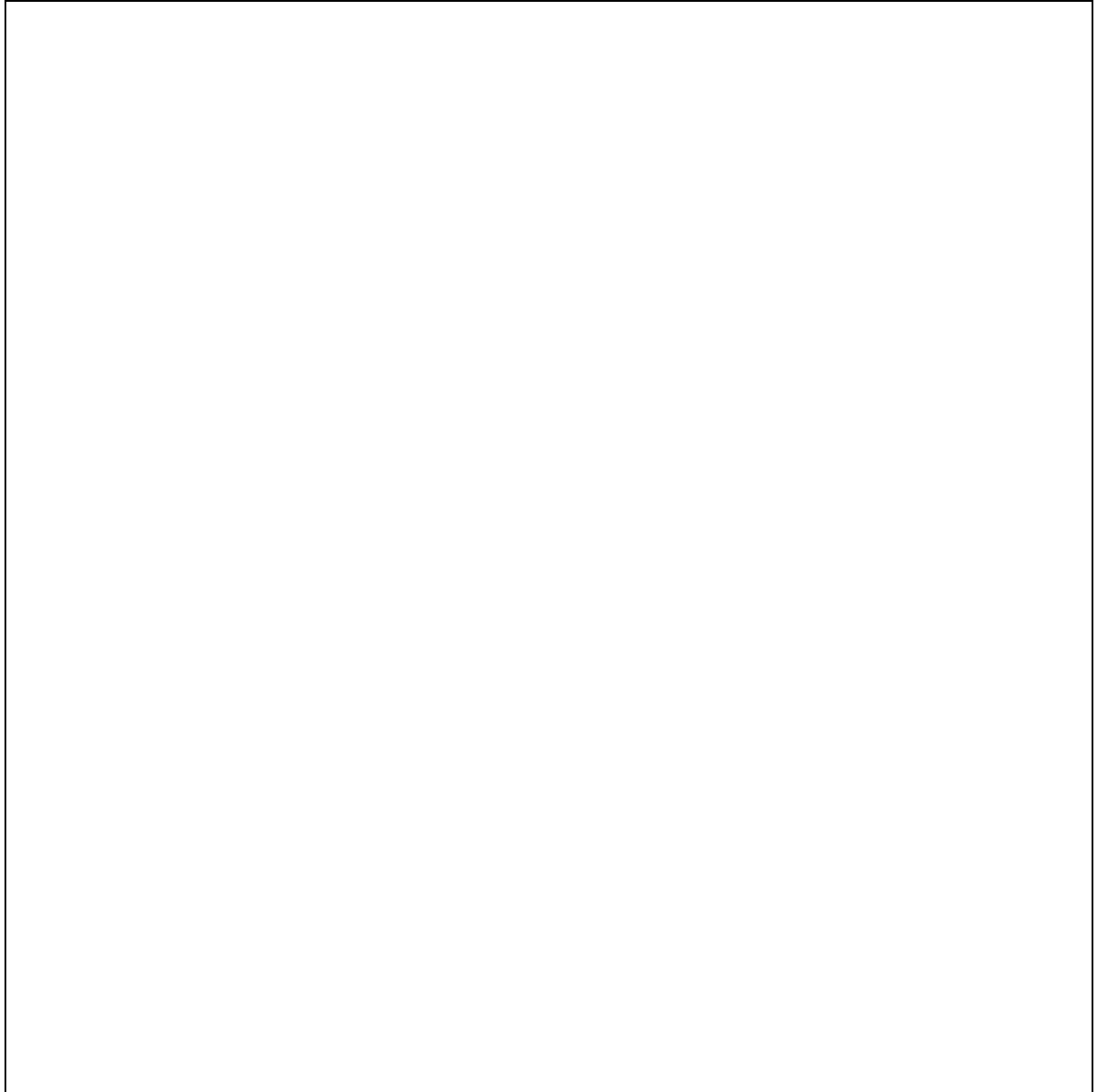
## 九、教學模式



## 畢氏定理-學習單 1：我是手機設計家

設計一款組內專用的手機(吋數\_\_\_\_\_)，並請填於產品規格表，畫出你們設計的手機，包含著色，而後貼於產品規格表上，於下次上課前展示。

### 產品展示



### 產品理想規格表

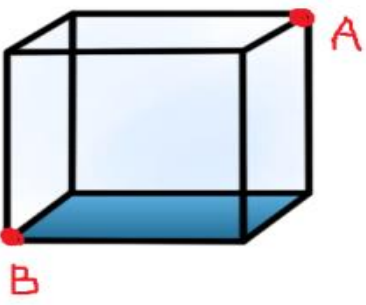
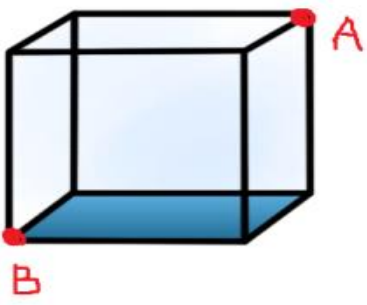
機身長度的_____mm(公厘)	內建相機畫素_____萬畫素
機身寬度的_____mm(公厘)	主螢幕尺寸_____吋
機身厚度的_____mm(公厘)	特殊功能_____
機身重量的_____g(公克)	_____
通話時間(最大) _____HR(小時)	_____
待機時間(最大) _____HR(小時)	_____

## 畢氏定理-學習單 2

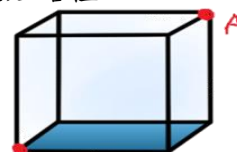
活動一：蜜蜂飛行問題：

懶惰的蜜蜂從 A 點飛至 B 點，在長方體內有許多種飛行路徑，因為牠很懶惰，所以一定要想一個最近的路徑來飛？請各位同學幫忙想想哪條路徑最短？

(1). 畫出你認為的可能的飛行路徑，並標示最短路徑。(可用不同顏色標註)

想法一	想法二
	

(2). 若長方體的長、寬、高分別為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，請計算出 飛行 的最短路徑

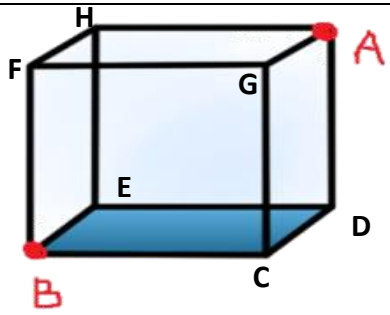
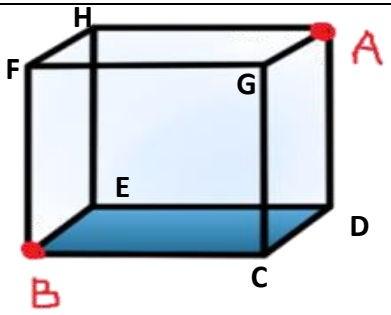


活動二： 螞蟻爬行問題

懶惰的螞蟻從長方體的 A 頂點爬至另一 B 頂點，有許多條路徑，因為牠很懶惰所以一定要想一個最近的路徑來完成這次的爬行任務，請各位同學幫忙想想哪

條路徑最短？（若長方體的長、寬、高分別為 5、4、3，即  $\overline{BC}=5$ 、 $\overline{CD}=4$ 、 $\overline{AD}=3$ ）

(1). 畫出你認為的爬行路徑，並寫出路徑及算出路徑長，記錄於下表。

	想法一	想法二
沿 邊		
路 徑	B → → →	B →
路 徑 長		

	想法三	想法四	想法五
沿邊或面			
路徑	B→	B→	B→
路徑長			
	想法六	想法七	想法八
沿面展開			
路徑			
路徑長			

(2). 最短的爬行路徑為何？

(3). 你發現什麼？（如何較有效率找出最短路徑）

活動三：螞蟻爬行問題二：

懶惰的螞蟻要挑戰一個圓柱體，從 A 點到 B 點最短路徑(至少繞圓柱一圈)。請問選擇哪一條路是路徑最短的？寫下你的看法。

